1.- Calcula $\langle v_x \rangle$ y $\langle v_x^2 \rangle$ en un gas de Fermi en el cero absoluto.

Sabemos que, para cualquier temperatura: $\langle v_x \rangle = 0$

Calculamos ahora $\langle v_x^2 \rangle$.

Por teoría tenemos que para un gas de Fermi:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} N\mu_F = \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle N = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle N$$

Reescribiendo:

$$\frac{3}{5} N\mu_F = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle N$$

Despejamos $\langle v^2 \rangle$:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{6}{5} \frac{\mu_F}{m}$$

Por isotropía sabemos que no hay direcciones privilegiadas, es decir, los valores esperados tienen que ser iguales en los tres ejes:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = 3\langle v_x^2 \rangle$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

Por tanto, sustituyendo de las expresiones anteriores:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle = \frac{2}{5} \frac{\mu_F}{m}$$

Es decir, el valor buscado es:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{2}{5} \frac{\mu_F}{m}$$