

PROBLEMAS ADICIONALES DE FÍSICA ESTADÍSTICA. Hoja 1. Curso 2009/2010

1. Considérese un conjunto de N osciladores armónicos bidimensionales clásicos de frecuencias ω_i y masa m_i ($i = 1, \dots, N$), no interaccionantes y localizados en el espacio. Calcular, usando la colectividad microcanónica, el calor específico (a volumen constante y a presión constante) y el potencial químico.
2. Considérese un dado con las seis caras numeradas del 1 al 6. Después de un gran número de tiradas, la media de los números que van saliendo es 4 en vez del valor esperado para un dado sin trucar, 4.6. Si no tenemos ninguna otra información, ¿cuál es la probabilidad de cada una de las caras?
3. Sobre la no unicidad del factor integrante. Considérese la siguiente forma diferencial: $ydx + (y^2 - x)dy$. ¿Es exacta? ¿Es cerrada? Si no es una diferencial exacta, ¿calcular el factor integrante? ¿Está determinado unívocamente? ¿Podrías calcular explícitamente varios factores integrantes?
4. Supongamos que tenemos una larga lista de longitudes de ríos, alturas de montañas, superficies de países, precios de artículos, etc. y que nos fijamos tan sólo en el primer dígito. ¿Cuál es la probabilidad P_n de que el primer dígito sea n ($n = 1, 2, \dots, 9$)?
5. Calcular, mediante el método de Monte Carlo, el volumen de hiperesferas de dimensiones $d = 2, \dots, 10$ y comparar con la expresión analítica exacta. Si usáramos este método para calcular π , ¿cuál sería la velocidad de convergencia de este método numérico?
6. Usando la colectividad gran canónica calcular $\Delta E / \langle E \rangle$ para un gas ideal bidimensional ultrarrelativista. Expresar el resultado como función de $\langle N \rangle$.
7. Un gas ideal monoatómico está contenido en una centrífuga consistente en un cilindro de radio R y longitud L . El cilindro rota con velocidad angular ω alrededor de su eje de simetría. Los átomos tienen masa m y obedecen la estadística clásica.
 - (a) Escribir el Hamiltoniano en el sistema de referencia que rota con el cilindro.
 - (b) ¿Cuál es la función de partición del sistema?
 - (c) ¿Cuál será el número medio de partículas por unidad de volumen a una distancia r del eje del cilindro?

No considerar el efecto de la gravedad y asumir que la centrífuga ha rotado ya suficiente tiempo para que el gas haya alcanzado el equilibrio.

Ayuda. Describir la fuerza centrífuga mediante un potencial.