

## FÍSICA ESTADÍSTICA.

### Examen Final.14 de Septiembre de 2007.

---

1. Considérese un gas  $d$ -dimensional de  $N$  partículas confinado en un hipervolumen  $V$  débilmente interaccionantes con energía:

$$H = A \sum_{i=1}^N |\mathbf{p}_i|^s,$$

donde  $A$  y  $s$  son constantes y  $\mathbf{p}_i$  es el momento de la partícula  $i$ -ésima.

1. Calcular  $Z(N, T)$ .
2. Calcular la presión y la energía interna.

Nota  $d^d p = S_d p^{d-1} dp$ . Exprésese el resultado en términos de  $S_d$ .  
(2.5 puntos)

---

2. Considérese un gas  $d$ -dimensional de partículas interaccionantes mediante el siguiente potencial:

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & 0 < r < a, \\ -\epsilon, & a < r < b, \\ 0, & b < r < \infty, \end{cases}$$

donde  $\epsilon > 0$ .

1. Calcular el segundo coeficiente del virial y discutir su comportamiento a alta y baja temperatura.
2. Calcular la primera corrección en el módulo de compresibilidad isoterma:

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_{T, N}.$$

Nota  $d^d r = S_d r^{d-1} dr$ . Exprésese el resultado en términos de  $V_d \equiv S_d/d$ .  
(2.5 puntos)

---

3. Consideremos moléculas con momento de inercia  $I$  y momento dipolar eléctrico  $\mu$ . La contribución de los grados de libertad rotacionales al Hamiltoniano está dada por:

$$H_{\text{rot}} = \frac{1}{2I} \left( p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2 \theta} \right) - \mu E \cos \theta,$$

donde  $E$  es el campo eléctrico externo,  $\phi$  y  $\theta$  son los ángulos azimutal y polar respectivamente y  $p_\phi$  y  $p_\theta$  son sus momentos conjugados.

1. Obtener la polarización media de cada dipolo:  $P = \langle \mu \cos \theta \rangle$ .

2. Calcular la polarizabilidad a campo nulo:

$$\chi_T = \left. \frac{\partial P}{\partial E} \right|_{E=0} .$$

(2.5 puntos)

---

4. Calcular la temperatura de condensación de un gas de  $N$  bosones ultrarrelativistas de spin 0 débilmente interaccionantes confinados en un volumen tridimensional  $V$ . Discutir cualitativamente el comportamiento en función de la temperatura del potencial químico, de la energía y del calor específico.

(2.5 puntos)

---