

GRAVITACIÓN Y COSMOLOGÍA. Examen Convocatoria de Junio 7/6/2013.

Problemas

1. Calcular la edad del Universo asumiendo los parámetros cosmológicos obtenidos con la sonda Planck: $h = 0.6711$, $\Omega_\Lambda = 0.6825$ y $\Omega_m = 0.3175$ (despreciamos la radiación).

¿Qué tipo de universo está descrito por los parámetros cosmológicos anteriores (abierto, cerrado o plano)?

(1 punto)

2. Consideremos un modelo cosmológico homogéneo e isótropo, descrito por la siguiente métrica:

$$ds^2 = -dt^2 + \left(\frac{t}{t_*}\right)^2 [dx^2 + dy^2 + dz^2],$$

donde t_* es una constante.

1. ¿Qué tipo de universo está descrito por la métrica anterior (abierto, cerrado o plano)?

2. ¿Está dominado por la materia? Justificar la respuesta.

3. Usando las ecuaciones de Friedmann, calcular $\rho(t)$.

(2 puntos)

3. La métrica de un determinado espacio-tiempo está dada por:

$$ds^2 = -(1 - Ar^2)^2 dt^2 + (1 - Ar^2)^2 dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

donde A es una constante.

1. Calcular la distancia propia a lo largo de la línea radial que une el centro $r = 0$ con el radio coordenado $r = R$.

2. Calcular el área de una 2-esfera de radio coordenado $r = R$.

3. Calcular el 3-volumen de una 2-esfera de radio coordenado $r = R$.

4. Calcular las geodésicas y los símbolos de Christoffel.

5. Calcular el tensor de Ricci y la curvatura escalar.

(2 puntos)

4. Un vector de Killing, ξ , satisface la siguiente ecuación:

$$\nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu = 0.$$

Demostrar que $u^\alpha \xi_\alpha$ es constante a lo largo de una geodésica, siendo u el cuadrivector tangente a la geodésica.

(1 punto)

Teoría

5. Describir cualitativamente las etapas más importantes de la evolución del Universo.
(2 puntos)

6. Principio de censura cósmica. Tipos de agujeros negros estacionarios. Leyes de la termodinámica de los agujeros negros.
(2 puntos)
