

GRAVITACIÓN Y COSMOLOGÍA.
Examen Convocatoria de Mayo [23/5/2017]

1. Describir brevemente y asignar tiempos, *redshifts* y $a(t_0)/a(t)$ y temperaturas (fotones y neutrinos) a los siguientes eventos en la historia del universo:

- Equilibrio materia-constante cosmológica.
- Recombinación.
- Desacoplo de los neutrinos.

(2 puntos)

2. Los monopolos magnéticos se comportan como materia no relativista. Supongamos que a una temperatura de 3×10^{28} K (era de gran unificación) correspondiente a un tiempo t_{mon} , monopolos magnéticos fueron producidos con una densidad $\Omega(t_{\text{mon}}) = 10^{-10}$. Asumiendo que el universo presentaba la densidad crítica ($k = 0$) y estaba, en la citada época, dominado por la radiación, ¿A qué temperatura la densidad de monopolos igualó a la densidad de la radiación?

En nuestro universo presente aproximadamente $T_0 \simeq 3$ K. Calcular el cociente $\Omega_{\text{mon}}(t_0)/\Omega_R(t_0)$. ¿Es este cociente compatible con las observaciones actuales?

(1 punto)

3. Calcular el tiempo necesario para que la temperatura del Universo (temperatura de los fotones) pase de:

1. $T_i = 5 \times 10^{11}$ K a $T_f = 5 \times 10^{10}$ K.
2. $T_i = 5 \times 10^3$ K a $T_f = 5 \times 10^2$ K.

Nota. $T_{\gamma,0} = 2.725$ K, $h = 0.67$, $\Omega_V = 0.68$, $\Omega_M = 0.32$ y $\Omega_R = 0$.

(2 puntos)

4. Considérese la siguiente métrica (espacio-tiempo de Rindler)

$$ds^2 = -d\tau^2 = -X^2 dT^2 + dX^2.$$

Calcular:

- Los símbolos de Christoffel.
- Un vector de Killing y su cantidad conservada asociada.
- Las ecuaciones de las geodésicas de género tiempo ($T(\tau)$ y $X(\tau)$).
- La ecuación diferencial (de primer orden) que satisface $T(X)$ para las geodésicas de género tiempo.
- Calcular $X(T)$ para las geodésicas de género luz.
- ¿Es plano este espacio?

(2 puntos)

5. Consideremos la métrica del problema número 4. Sean W_ρ y U^ρ dos vectores, donde $\rho = \{T, X\}$. Calcular $\nabla_\nu W_\rho$ y $\nabla_\nu U^\rho$ explícitamente.

(1 punto)

6. Considérense dos observadores en reposo en un campo gravitatorio dado por la siguiente métrica (espacio anti-de Sitter):

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r^2}{l^2} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 + \frac{r^2}{l^2}} + r^2 d\Omega_2^2,$$

donde l es un parámetro con dimensiones de longitud. El primer observador se encuentra en $r_1 = a$, $\theta_1 = \pi/2$, $\phi_1 = 0$ y el segundo observador en $r_2 = b$, $\theta_2 = \pi/2$, $\phi_2 = 0$, con $b \ll a \ll l$. El primer observador emite luz que viaja con $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$ que es detectada por el segundo observador. Calcúlese el desplazamiento de la longitud de onda que observa el segundo observador e indíquese si es hacia el rojo o al azul.

(2 puntos)
