

*“Etapas en la evolución estelar: Vida y Muerte (y Resurrección?) de una estrella.”*

---

Landau's work covers all branches of theoretical physics, ranging from fluid mechanics to quantum field theory. A large portion of his papers refers to the theory of the condensed state. They started in 1936 with a formulation of a general thermodynamical theory of the phase transitions of the second order. After P.L. Kapitsa's discovery, in 1938, of the superfluidity of liquid helium, Landau began extensive research which led him to the construction of the complete theory of the "quantum liquids" at very low temperatures. His papers of 1941—1947 are devoted to the theory of the quantum liquids of the "Bose type", to which the superfluid liquid helium (the usual isotope  $^4\text{He}$ ) refers. During 1956-1958 he formulated the theory of the quantum liquids of the "Fermi type", to which liquid helium of isotope  $^3\text{He}$  refers.

(Breve biografía científica de L. Landau (1908-1968), Premio Nobel de Física 1962.)

## EJERCICIOS

Kharkov 1937. Lev Davidovich Landau, 29 años, aunque aparentaba bastantes menos, esperaba a que saliera el tren hacia Moscú. Cierta tranquilidad le invadía al dejar atrás los penosos meses en los cuales fue investigado por la Glavnoe Upravlenie Gosudarstvennoi Bezopasnosti (GUBGB) a propósito del caso IFTU (Ukrainian Physics and Technology Institute). Tenía ganas de poder retomar sus investigaciones sobre la evolución estelar.

**Ejercicio número 1: Casi todo lo que querías conocer sobre las estrellas y no te atreviste a preguntar.**

En este problema nos introduciremos en el estudio (elemental) de las estrellas, en particular cuál es la razón de que brillen en el cielo, su origen, sus etapas evolutivas y sus diferentes finales. Para ello antes de comenzar, teneis que buscar información (muy básica, definiciones) sobre:

1. Estrellas, planetas, agujeros negros, agujeros de gusano.
2. Enanas blancas, enanas marrones, púlsares, estrellas de neutrones, supergigantes rojas.
3. Reacciones termonucleares en el interior de las estrellas.
4. Diagrama Hertzsprung-Russell. Secuencia principal. ¿Cómo evoluciona una estrella en el diagrama HR?

Finalmente, comentar la frase *“somos polvo de estrellas”*.

Comrades!

The great cause of the October revolution has been meanly betrayed. The country is inundated by floods of blood and dirt. Millions of innocent people are thrown in prison, and no one knows when his turn will be. ...

Don't you see, comrades, that Stalin's clique accomplished a fascist coup?! Socialism remains only on the pages of the newspapers, which are terminally wrapped in lies. Stalin, with his rabid hatred of genuine socialism, has become like Hitler and Mussolini. To save his power Stalin is destroying the country and making it easy prey for the beastly German fascism. . . .

The proletariat of our country, which overthrew the power of the tsar and the capitalists, will be able to overthrow a fascist dictator and his clique.

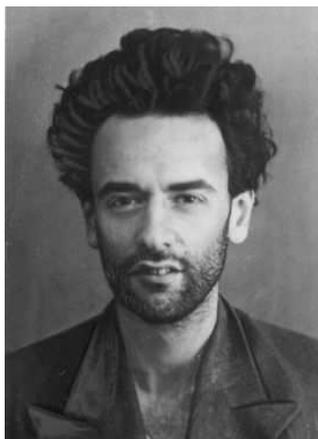
Long live the May Day, the day of struggle for socialism!  
(Panfleto atribuido a Landau por la NVKD, 1938)

## Ejercicio número 2: Estrellas muy calientes.

Uno puede pensar que calcular la temperatura que existe en el interior de una estrella, exige un doctorado y seguramente un superordenador. Sin embargo, en este segundo ejercicio realizareis una estimación muy buena de la citada temperatura usando sencillos cálculos.

Consideremos una estrella compuesta esencialmente por Hidrógeno (ionizado en protones y electrones debido a las altas temperaturas), sin trazas de elementos pesados (el Sol posee solo un 10% de Helio). Consideraremos los gases como ideales con densidad y temperaturas uniformes dentro de una esfera de radio  $R$ . Sea  $N$  el número total de protones (y también de electrones).

1. Calcular la presión del gas en la estrella (supóngase que el gas es clásico).
2. Calcular la temperatura de la estrella usando el balance energético gravitacional con el cinético. Expresar la dependencia de la temperatura con el número de nucleones (masa) de la estrella.
3. Sustituir los valores correspondientes para el Sol y comparar la temperatura del interior de la estrella con la de su superficie.
4. ¿Cuál es el origen de la temperatura de la estrella?



L. Landau en la prisión de Lubyanka, 1938.

### **Ejercicio número 3: Enanas Blancas.**

La temperatura necesaria para contrarrestar el colapso gravitacional la proporcionan las reacciones termonucleares que se producen en el interior de la estrella. Cada vez las reacciones de fusión involucran elementos más pesados. El estadio final será una estrella esencialmente fría de materia catalizada en la que la atracción gravitacional ya no estará equilibrada por la presión térmica clásica (ver ejercicio 2) sino por la presión de degeneración cuántica de los gases de fermiones.

Lev. Landau realizó el primer estudio en 1932, que posteriormente fue refinado por Subrahmanyan Chandrasekhar. Consideremos una estrella de radio  $R$  conteniendo  $N$  fermiones. La densidad de fermiones es  $n \simeq N/R^3$ . El principio de exclusión de Pauli asigna un volumen de  $1/n$  por fermión.

1. Si el fermión está confinado en un volumen  $1/n$ , ¿cuál será su momento típico?
2. Calcular la energía de Fermi. Si particularizamos a los electrones, ¿habría que usar fórmulas relativistas?
3. Pensar en términos de balance energético entre la energía gravitacional y la energía (de degeneración) de los fermiones: discutir el comportamiento de la energía total,  $E$ , como función del radio y del número de fermiones.
4. Demostrar que  $N$  es máximo cuando  $E = 0$ , y calcularlo.
5. ¿Calcular la masa límite por encima de la cuál la presión de degeneración de los electrones no puede contrarrestar la gravedad? [Esta masa límite se denomina masa de Chandrasekhar.]
6. Repetir los razonamientos asumiendo un gas de fermiones degenerados ultrarrelativistas a  $T = 0$ . ¿Es lícito usar  $T = 0$  cuando la temperatura de la estrella es muy alta? Ayuda: calcular la densidad de estados, momento de Fermi, energía de Fermi y presión de degeneración.

Prisión de Lubyanka. Septiembre 1938. La emisión  $\beta$  consiste en la reacción:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ . Enrico, sus neutrones y sus neutrinos (*piccolo neutrone*)... si me pudiera fugar de aquí como Fermi se fugó de Italia...

#### **Ejercicio número 4: Estrellas de Neutrones.**

De vez en cuando, aparecen estrellas muy brillantes durante cortos periodos de tiempo: las supernovas. Una muy famosa ha sido la SN 1054 (la supernova del Cangrejo). Fue ampliamente vista en la Tierra en el año 1054. Según astrónomos chinos y árabes, fue visible a la luz del día durante 23 jornadas y visible de noche durante 653 noches. Dió lugar a lo que hoy denominamos la nebulosa del cangrejo.

El residuo de una supernova es un pulsar o estrella de neutrones. El problema que se nos plantea es buscar los mecanismos de generación de muchos neutrones en una estrella y los mecanismos de estabilidad de estos neutrones frente al colapso gravitacional.

1. Buscar información sobre el *inverse beta decay*.
2. Comentar la frase: “En una estrella fría tan comprimida, los electrones ultrarrelativistas, mediante el *inverse beta decay* han enriquecido la proporción de neutrones”.
3. Podemos considerar, como una buena aproximación, que la estrella está compuesta solo por neutrones y aplicar el argumento de Landau. Hacedlo!
4. Calcular la masa límite por encima de la cuál la presión de degeneración cuántica de los neutrones no puede contrarrestar la gravedad. [A esta masa límite se denomina masa de Oppenheimer-Volkov.]

Prisión de Lubyanka. Enero 1939. Landau experimenta los síntomas de la huelga de hambre que ha llevado a cabo los últimos dos meses: además se ha negado a responder los interrogatorios de Alexander Akhiezer, su inquisidor particular. En estos momentos de delirio, se imagina aprisionado en el núcleo de una estrella sostenido solo por la presión de degeneración de los neutrones. Aguantará o se colapsará, y en ¿qué se convertirá?

### **Ejercicio número 5: Agujeros Negros.**

Realizar un comentario sobre la siguiente cita, comprobando las afirmaciones, hipótesis de partida y las conclusiones.

*A luminous star, of the same density of the Earth, and whose diameter should be two hundred and fifty times larger than that of the Sun, would not, in consequence of its attraction, allow any of its rays to arrive at us, it is therefore possible that the largest luminous bodies in the universe may, through this cause be invisible.*

[*Exposition du système du monde*, Pierre-Simon Laplace (1798).]

¿Podrías calcular el radio de Schwarzschild de una distribución esférica de masa  $M$ ?

¿Qué os sugieren las frases “*principio de censura cósmica*” y “*los agujeros negros no tiene pelo*”? Y ¿qué expresan en Física?

Moscú. 29 de Abril de 1939. State Political Directorate (OGPU).  
Antesala del despacho de Lavrenty Pavlovich Beria. Landau entrevisté a su gran amigo Pyotr Leonidovich Kapitsa en el despacho del camarada Beria. Kapitsa, Kapitsa,..., pensó Landau, trabajó durante muchos años en Cambridge. Cambridge, Newton, la catedra Lucasiana, Dirac,... Recordó su evaluación de los grandes físicos, de 0 a 5 en escala logarítmica, que había elaborado meses atrás en Lubyanka. En primer lugar el gran Isaac con un 0, seguido de A. Einstein con un 0.5. A continuación los padres de la Mecánica Cuántica: Niels Bohr, Werner Heisenberg, Paul Dirac y Erwin Schrödinger, acompañados por Satyendra Nath Bose y Eugene Wigner, con un punto. Landau recordó su autocalificación: 2.5 ¿Conseguiría su amigo Kapitsa sacarlo de Lubyanka?

**Ejercicio número 6: *Resurrección* de una estrella: Evaporación de Agujeros Negros.**

Exterior del horizonte de sucesos de un agujero negro. Una fluctuación del vacío cuántico ha producido un par electrón-positrón virtual. La atracción gravitacional del agujero negro hace que el electron caiga, mientras que el positrón se fuga al infinito: las partículas virtuales se han hecho reales!! ¿quién pagará la cuenta energética?

¿Qué observará un astronauta, situado a una distancia prudencial del agujero negro?

¿Cómo variará la energía del agujero negro con el tiempo?

### Algunos recursos.

1. L. D. Landau y E. M. Lifshitz, *Física Estadística* (Editorial Reverté 1988).
2. W. Greiner y L. Neise, *Thermodynamics and Statistical Mechanics (Classical Theoretical Physics)* (Springer Verlag 1995).
3. K. Huang, *Statistical Mechanics* (John Wiley, New York, 1987).
4. *Soluciones Exactas en Relatividad General. Colapso Gravitacional y Agujeros Negros.* L. Mas y A. Galindo. Editorial de la UCM, 1983.
5. L. Landau, Prosocialist Prisoner of the Soviet State. Gennady Gorelik, *Physics Today*, Mayo 1995, p. 11-15. También en [http://people.bu.edu/gorelik/Landau\\_PhysicsToday\\_1995.htm](http://people.bu.edu/gorelik/Landau_PhysicsToday_1995.htm).
6. Búsquedas en google y en wikipedia. En particular:
  - [http://en.wikipedia.org/wiki/Lev\\_Landau](http://en.wikipedia.org/wiki/Lev_Landau)
  - [http://en.wikipedia.org/wiki/Neutron\\_stars](http://en.wikipedia.org/wiki/Neutron_stars)
  - [http://hubblesite.org/explore\\_astronomy/black\\_holes/encyclopedia.html](http://hubblesite.org/explore_astronomy/black_holes/encyclopedia.html)
  - [http://en.wikipedia.org/wiki/Brown\\_dwarf](http://en.wikipedia.org/wiki/Brown_dwarf)
  - [http://en.wikipedia.org/wiki/Hr\\_diagram](http://en.wikipedia.org/wiki/Hr_diagram)
  - <http://en.wikipedia.org/wiki/Wormhole>