



## PROBLEMAS

**1** Con la notación habitual:  $\psi = \phi_1 + \phi_2 + \dots$  y  $E = E_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots$ , demostrar que

$$\begin{aligned}\epsilon_4 &= \langle \phi_1, (V - \epsilon_1)\phi_2 \rangle - \epsilon_2 \|\phi_1\|^2, \\ \epsilon_5 &= \langle \phi_2, (V - \epsilon_1)\phi_2 \rangle - 2\epsilon_2 \operatorname{Re}\langle \phi_1, \phi_2 \rangle - \epsilon_3 \|\phi_1\|^2.\end{aligned}$$

**2** Sea  $V = V_0 - \lambda\delta(x)$ ,  $\lambda > 0$ , donde  $V_0 = \infty \times \theta(|x| - a)$ . Calcular el efecto de la perturbación  $-\lambda\delta(x)$ , hasta segundo orden inclusive, sobre los niveles no perturbados. Comparar con los niveles exactos.

**3** Para el estado fundamental  $\epsilon_2 \leq 0$ . Dar un ejemplo explícito donde  $\epsilon_3 \leq 0$  y  $\epsilon_4 \geq 0$ .

**4** Calcular la contribución dominante  $\epsilon_1$  sobre los diferentes niveles del átomo de hidrógeno producida por el efecto relativista de la variación de la masa del electrón con la velocidad.

**5** ¿ Qué corrección  $\epsilon_1$  al nivel fundamental del átomo de hidrógeno produce suponer el protón como una bola de radio 1 Fermi y densidad uniforme?

**6** A un oscilador en una dimensión de carga  $e$  se le aplica un campo eléctrico constante  $\mathbf{E}$  dirigido según el eje  $+Ox$ . Calcular sus nuevos niveles hasta segundo orden en teoría de perturbaciones.

**7** Considérese el efecto Stark sobre el átomo de hidrógeno no excitado bajo  $\mathbf{E} = (0, 0, \mathcal{E})$ . Probar que  $\epsilon_{2n+1} = 0, \forall n$ . Calcular  $\epsilon_2$  y  $\epsilon_4$ , hallando previamente las correcciones  $\phi_1$  y  $\phi_2$  a la función de onda.

**8** Se puede obtener para el oscilador armónico cuántico el comportamiento de las correcciones para el estado fundamental:

$$\epsilon_k = (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{6} 3^k \Gamma(k + 1/2)}{\pi^{3/2}}$$

1. Estudiar la convergencia de la serie.
2. ¿Cuál será el radio de convergencia de la serie transformada Borel?

**9** Consideremos dos osciladores armónicos de igual masa  $m$  y frecuencia  $\omega$  y perturbados con un término cuántico:  $V = \lambda x_1 x_2^3$ :

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + \lambda x_1 x_2^3.$$

1. Calcular las correcciones hasta el segundo orden para la energía del estado fundamental.

2. Lo mismo para el primer estado excitado.
3. Calcular la diferencia entre el estado fundamental y el primer excitado.  
¿ Podría producirse cruce de niveles?

**10** Un oscilador armónico isótropo bidimensional con Hamiltoniano

$$H_0 = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$$

es perturbado por

$$V = \lambda(xL_z + L_zx)$$

donde  $L_z = xp_y - yp_x$  es el operador momento angular.

1. Calcular las correcciones a la energía del estado fundamental a primer y segundo orden en teoría de perturbaciones.
2. Calcular las correcciones de primer orden al estado fundamental.
3. Calcular las correcciones de primer y segundo orden a la energía del primer nivel excitado.

**11** Estimar el desdoblamiento del nivel triplete hiperfino del hidrógeno al sumergirlo en un campo magnético uniforme, en los siguientes casos:

1.  $B = 10^{-5}$  G (espacio interestelar).
2.  $B = 0.5$  G (superficie terrestre).
3.  $B = 100$  kG (campos magnéticos muy intensos en laboratorios).

**12** Un átomo de hidrógeno se sumerge en un campo eléctrico tal que su energía potencial, además de la coulombiana, es

$$V(\mathbf{r}) = \lambda z^2 + \mu(x^2 + y^2), \quad 0 < \mu < -\lambda \ll 1.$$

en unidades atómicas.

1. Calcular el efecto de  $V$ , en primer orden, sobre los niveles  $n = 1, 2$  del átomo de hidrógeno.
2. ¿ Qué ocurre al añadir un campo magnetostático uniforme  $\mathbf{B}$ , en los casos  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  y  $\mathbf{B} = (B, 0, 0)$ ? (Prescindir del spin).

**13** En el efecto Stark para el átomo de hidrógeno con  $\mathbf{E} = (0, 0, \mathcal{E})$  probar que en primer orden en teoría de perturbaciones

1. La energía del estado  $|nlm\rangle$  no cambia si  $l = m = n - 1$ .
2. Estados que solo difieren en el signo de su número cuántico  $m$  tienen igual energía.
3. La posición media de los niveles en que se rompe el nivel no perturbado no ha sufrido variación.

**14** Estimar variacionalmente la energía del estado fundamental de una partícula en un pozo de infinito de potencial centrado en el origen y de anchura  $2a$ , con funciones prueba de la forma

1.  $\psi_\lambda \propto (a^2 - x^2) + \frac{\lambda}{a^2}(a^2 - x^2)^2$ ,
2.  $\psi_\lambda \propto (\lambda^2 - x^2)\theta(\lambda - |x|)$ ,  $0 < \lambda < a$ .

Comparar con el valor exacto.

**15** Sea  $H = H_0 + V$  con nivel fundamental no degenerado  $E = E_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots$  (serie perturbativa). Probar

1.  $E \leq E_0 + \epsilon_1$ ,
2.  $E \leq E_0 + \epsilon_1 + (\epsilon_2 + \epsilon_3)/(1 + \|\phi_1^2\|)$ , siendo  $\phi_1$  la primera corrección a la función de onda.

**16** Sobre una partícula que se mueve en  $\mathbf{R}$  actúa una fuerza  $\mathbf{F}$ , de módulo constante, dirigida siempre hacia el origen. Estimar variacionalmente sus niveles fundamentales y primer excitado con funciones prueba del tipo gaussianax polinomio. Comparar con los valores exactos  $E_0 = 1.018793$ ,  $E_1 = 2.338107$ . ( $2M = \hbar = |F| = 1$ ).

**17** Estimar con técnicas variacionales la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno con las siguientes familias de funciones

1. Gaussianas
2.  $\phi_\lambda \propto (\lambda - r)\theta(\lambda - r)$ ,  $\lambda > 0$ .

**18** Probar que si  $\psi \in \text{lin}\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$ ,  $\langle H \rangle_\psi$  admite como valores estacionarios  $E_1, \dots, E_n$  a las raíces del polinomio  $\det(H_{ij} - \lambda S_{ij}) = 0$ , con  $H_{ij} \equiv (\psi_i, H\psi_j)$ ,  $S_{ij} \equiv (\psi_i, \psi_j)$ .

**19** Una partícula de masa  $m$  se encuentra en el pozo de potencial unidimensional  $V(x) = \theta(|x| - 1) \times \infty$ . Utilizando la familia de funciones prueba  $D = \text{lin}\{\psi_1, \psi_2\}$ , con  $\psi_1(x) = 1 - x^2$  y  $\psi_2(x) = 1 - x^4$ , se pide:

1. Estimar variacionalmente las energías para los niveles que sea posible. ¿Cuáles son esos niveles?
2. Determinar la función de onda variacional para el nivel de mas baja energía hallado en el apartado 1).

**20** Considérese un modelo atómico unidimensional con dos electrones tal que

$$H = -\frac{1}{2}(\partial_{x_1}^2 + \partial_{x_2}^2) - Z(\delta(x_1) + \delta(x_2)) + \delta(x_1 - x_2), \quad Z > 0.$$

Probar que si  $Z \geq 1$  existen estados ligados.

**21** Utilizando funciones prueba que sean combinaciones lineales de  $\psi_0$  y  $\psi_1$  (autofunciones del oscilador armónico), calcúlese una cota superior a la energía del estado fundamental del hamiltoniano

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2 + \lambda x^4,$$

con  $\lambda = 0.2$ . Mediante la desigualdad de Temple con  $\psi_0$ , obténgase una cota inferior a dicha energía.

**22** Considérese el hamiltoniano

$$H = -\Delta - \lambda \frac{e^{-r}}{r}, \quad \lambda > 0$$

y sea  $E(\lambda)$  su nivel fundamental. Obténgase cotas superior e inferior a  $E(\lambda)$  tanto por el método de la proyección como mediante la desigualdad de Temple, utilizando funciones prueba el estado fundamental del hamiltoniano  $H_0 = -\Delta - \lambda/r$ .

**23** Probar que los niveles  $E_n$  calculados en la aproximación WBK para un potencial atractivo  $V(x) = g|x|^\alpha$ ,  $\alpha > 0$ , satisfacen

$$E_n = c_\alpha \left( n + \frac{1}{2} \right)^{2\alpha/(\alpha+2)}.$$

Demostrar que la acotación  $E_{n,\text{WBK}} \leq (a + bn)^2$  es válida para todo potencial  $V(x)$  monótono creciente con  $|x|$ . ¿ Hay alguna razón elemental para esto?

**24** Cualquier pozo unidimensional cuadrado tiene algún estado ligado. Probar que esto deja de ser cierto en la aproximación WBK, y determinar la relación que debe de existir entre la anchura  $a$  y la profundidad  $|V_0|$  del pozo para que éste carezca de niveles ligados en esta aproximación.

**25** Estimar con el método WBK los cuatro primeros niveles del potencial  $V(x) = gx^4$ ,  $g > 0$ . Comparar con los valores exactos (1.060, 3.800, 7.456 y 11.645 en unidades  $2m = \hbar = g = 1$ ). Calcular la función de onda normalizada para  $n \gg 1$ .

**26** Calcular el coeficiente  $T'_{\text{WBK}} = 1/(1 + e^{2K})$  de transmisión para electrones a través de una superficie metálica, en presencia de un campo eléctrico extractor  $\mathcal{E}$ . Hallar su valor en el caso  $|\mathcal{E}| = 1 \text{ GV/m}$ ,  $|E| = 1 \text{ eV}$ .

**27** Probar que si  $V(r) \leq 0$  y  $V(r) \simeq gr^{-\alpha}$ ,  $r \rightarrow \infty$  con  $g < 0$ ,  $0 < \alpha < 2$ , entonces el número de niveles ligados es infinito, para cada onda parcial  $L$ , en la aproximación WBK.

**28** El método WKB sugiere que el número de niveles  $N(E, L)$ , en onda  $L$ , y de energía  $\leq E$ , bajo un potencial central y atractivo  $V(r)$ , es estimable a través de la expresión (en unidades  $2m = \hbar = 1$ )

$$N(E, L) \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{\sqrt{V(r) \leq E}} dr \sqrt{E - \overline{V}(r)}.$$

Discutir su fiabilidad para el potencial de Coulomb y para el oscilador armónico isótropo.

**29** Una partícula de masa  $m$  se mueve en un potencial unidimensional de la forma

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{si } x < 0 \\ V_0 x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Utilizar la aproximación WKB para i) deducir los niveles de energía justificando la fórmula empleada, ii) estimar el valor medio de  $x/a_n$ , en el nivel de energía  $E_n$ , siendo  $a_n$  la abscisa del punto de retroceso clásico de dicho nivel.

**30** Un oscilador armónico unidimensional, de masa  $m$  y carga  $e$ , se halla en un campo eléctrico homogéneo, no estático, de expresión  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \exp[-(t/\tau)^2]$ . Calcular  $P_{\text{Born}}(|0\rangle, -\infty) \rightarrow (|n\rangle, -\infty)$ .

**31** Un neutrón a velocidad  $v$  choca con el protón del átomo de hidrógeno, dotándole de una velocidad final  $v_p$ . Calcular la probabilidad  $P$  de que tras el impacto siga el átomo en su estado fundamental, suponiendo que  $v \gg 1$  (en unidades atómicas).

**32** Analizar, usando hasta cuarto orden en teoría de perturbaciones, el movimiento de un spin  $1/2$  en un campo magnético giratorio. Tomar  $H_0 = \frac{1}{2}\omega_0\sigma_z$ ,  $V(t) = \frac{1}{2}\omega_1[\sigma_x \cos \omega t + \sigma_y \sin \omega t]$ . Calcular de este modo  $P(\uparrow, 0 \rightarrow \downarrow, t)$ .

**33** Dado el Hamiltoniano  $H = H_1 + H_2 + V_{12}$  con

$$\begin{aligned} H_1 &= -\frac{1}{2m}\partial_{x_1}^2 + \frac{1}{2}mx_1^2 \\ H_2 &= -\frac{1}{2M}\partial_{x_2}^2 + \frac{1}{2}Mx_2^2 \\ V_{12} &= \frac{1}{2}(M+m)(x_1 - x_2)^2 \end{aligned}$$

que representa dos osciladores armónicos acoplados armónicamente entre sí, calcúlese por el método de Born-Oppenheimer la energía del estado fundamental del sistema y compárese con la solución exacta ( $\hbar = \omega = 1$ ).

**34** Comparar las intensidades de emisión de las dos primeras líneas de la serie de Lyman en hidrógeno atómico.

**35** Una partícula de masa  $m$  y carga  $e$  se halla sometida a un potencial armónico tridimensional

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2.$$

Para  $t < 0$  el sistema se encuentra en su estado fundamental, y para  $t \geq 0$  se aplica un campo eléctrico oscilante, en la dirección del eje  $z$ , dado por

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \cos(\Omega t).$$

- Suponiendo que  $|\omega - \Omega| \ll \omega$ , en la aproximación de Born resonante, la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado excitado al cabo de un tiempo  $t$ . ¿En qué intervalo temporal es válido el resultado obtenido?
- Considerando la teoría de perturbaciones hasta segundo orden, determinar para qué estados excitados existe una probabilidad de transición desde el fundamental no nula.
- Calcular en la aproximación de Born (no necesariamente resonante) y despreciando términos cuadráticos en la intensidad del campo eléctrico perturbado, como varía el valor esperado de la posición bajo el efecto de dicho campo.

**36** La dinámica de una partícula de spin  $1/2$  está gobernada por el Hamiltoniano dependiente del tiempo  $H(t) = AS_z + B(t)S_x$  donde  $\mathbf{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$  es el operador de spin,  $A$  es una constante y  $B(t)$  es la siguiente función del tiempo

$$B(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ b(t - \tau)/\tau & \text{si } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{si } t > \tau \end{cases}$$

- Calcular la probabilidad de transición del estado inicial  $|i\rangle \equiv |S_z = \hbar/2\rangle$  para  $t < 0$  al estado final  $|f\rangle \equiv |S_z = -\hbar/2\rangle$  para  $t > \tau$  en la aproximación de Born. ¿Qué condiciones deben de satisfacer las constantes  $A$ ,  $b$  y  $\tau$  para que sea fiable la aproximación de Born?
- Tomando  $H_0 = AS_z$  como Hamiltoniano libre y  $V(t) = B(t)S_x$  como Hamiltoniano de interacción, la ecuación de evolución para el estado de spin, en la imagen de interacción, es de la forma

$$i\hbar\partial_t\Psi_I(t) = \begin{pmatrix} F_{11}(t) & F_{12}(t) \\ F_{21}(t) & F_{22}(t) \end{pmatrix} \Psi_I(t)$$

Determinar las cuatro funciones  $F_{ij}(t)$ .

**37** Un electrón ligado a un átomo interactúa con una onda electromagnética polarizada linealmente en la dirección  $\mathbf{u}_z$  y que se propaga en la dirección  $\mathbf{u}_y$ . Si la onda es estrictamente monocromática, el potencial vector en el gauge de radiación, y eligiendo convenientemente el origen de tiempos, puede escribirse en la forma

$$\mathbf{A} = -i|A_0| \left( e^{i(ky - \omega t)} - e^{-i(ky - \omega t)} \right) \mathbf{u}_z.$$

Como Hamiltoniano independiente del tiempo que describe el electrón ligado al átomo tomamos un Hamiltoniano de la forma

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}).$$

Además para una onda no muy intensa, puede tomarse como Hamiltoniano de interacción del electrón atómico con la onda electromagnética

$$V(t) = -\frac{e}{mc} \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} - \frac{e}{mc} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B},$$

donde  $\mathbf{S}$  es el operador de spin del electrón y  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  el campo magnético de la onda electromagnética.

Sean  $|i\rangle$  y  $|f\rangle$  los estados inicial y final del electrón antes y después de una transición estimulada por la onda. Suponiendo que  $a_0/\lambda \ll 1$ , siendo  $\lambda$  la longitud de onda de la onda electromagnética y  $a_0$  el radio de Bohr, se pide:

1. Calcular el término dominante para la amplitud de transición  $\langle f|V(t)|i\rangle$  en función del elemento de matriz del momento dipolar eléctrico  $\langle f|ez|i\rangle$  y justificar por qué dicho término es el dominante.
2. Calcular las contribuciones cuadrupolar eléctrica y dipolar magnética a  $\langle f|V(t)|i\rangle$  en función de los elementos de matriz  $\langle f|yz|i\rangle$  y  $\langle f|L_x + 2S_x|i\rangle$  respectivamente.
3. Tomando los elementos de matriz para operadores de posición del electrón atómico de orden  $a_0$ , y los elementos de matriz para operadores de momento angular de orden  $\hbar$ , estimar las intensidades relativas de las transiciones E1, E2 y M1 estimuladas por una onda electromagnética con una distribución de frecuencias estrecha, centrada en torno a  $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  cm.

**38** Calcúlese en la aproximación de Born  $d\sigma/d\Omega$  y  $\sigma$  para el potencial  $V(r) = V_0 \exp(-ar)$ . Discútase la validez de la aproximación.

**39** Calcúlese en la aproximación de Born  $d\sigma/d\Omega$  y  $\sigma$  para el potencial  $V(r) = V_0 \delta(R - r)$ ,  $R > 0$ . Discutir la validez de la aproximación.

**40** Un haz de partículas de spin  $s = 1/2$ , masa  $m$  y momento  $\mathbf{p} = \hbar k \mathbf{u}_z$  es dispersado por un potencial de la forma

$$V(r) = A \left( \frac{e^{-\mu r}}{r} \right) \mathbf{S} \cdot \mathbf{r},$$

donde  $A$  es una constante y  $\mathbf{S} \equiv \hbar\sigma/2$  es el operador de spin. Se pide calcular en la aproximación de Born, en función de  $k$  y el ángulo de dispersión  $\theta$

1. La sección diferencial de “spin non-flip”,  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p} \uparrow \rightarrow \mathbf{p}' \uparrow)$ , para un estado inicial del haz totalmente polarizado en la dirección del eje  $z$  positivo, y para partículas finales con la misma polarización.
2. La sección diferencial de “spin flip”,  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p} \uparrow \rightarrow \mathbf{p}' \downarrow)$ , para un estado inicial del haz totalmente polarizado en la dirección del eje  $z$  positivo, y para partículas finales con polarización opuesta.
3. La sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p}, \rho \rightarrow \mathbf{p}')$  para un estado inicial del haz dado por la matriz densidad de spin

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/6 \\ 1/6 & 1/2 \end{pmatrix}$$

y para partículas finales cuya polarización no se detecta.

**41** Dos partículas de spin  $1/2$  interactúan a través de un potencial de la forma

$$V(x) = \begin{cases} A\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2/r & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{si } r \geq a. \end{cases}$$

Se pide calcular en aproximación de Born y en el sistema centro de masas

1. La sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p}, \chi_T \rightarrow \mathbf{p}', \chi_T)$  para el caso de dos partículas distinguibles de masas  $m_1$  y  $m_2$ , que colisionan en un estado triplete  $\chi_T$  (con spin total  $s = 1$ ).
2. La sección eficaz diferencial para el caso de dos partículas distinguibles de masas  $m_1$  y  $m_2$ , cuyos haces iniciales están totalmente despolarizados y cuyas polarizaciones finales no se detectan.
3. La sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p}, \chi_T \rightarrow \mathbf{p}', \chi_T)$  para el caso de dos partículas idénticas de masa  $M$  que colisionan en un estado triplete  $\chi_T$  (con spin total  $s = 1$ ), y para un ángulo de dispersión  $\theta = \pi/4$ .
4. La sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega (\mathbf{p}, \chi_S \rightarrow \mathbf{p}', \chi_S)$  para el caso de dos partículas idénticas de masa  $M$  que colisionan en un estado singlete  $\chi_S$  (con spin total  $s = 0$ ), y para un ángulo de dispersión  $\theta = \pi/4$ .

**42** La colisión a baja energía entre partículas de spin  $S_1 = 1$  y  $S_2 = 1/2$  puede describirse mediante un potencial efectivo de la forma

$$V(r) = \left(\frac{a}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2,$$

donde  $a$  y  $\mu$  son constantes y  $r$  es la distancia relativa entre partículas.

1. Calcular la razón entre las secciones de difusión con spin total  $S = 3/2$  y  $S = 1/2$ .
2. Calcular en la aproximación de Born la sección eficaz total de difusión para el estado de spin total con  $S_z$  máximo.

**43** Sabiendo que para electrones de 10 keV,  $d\sigma/d\Omega|_{\theta=0} = 1$  mbarn/sr y  $\sigma = 15$  mbarn, calcular la amplitud de difusión hacia delante (prescindir del spin).

¿ Puede ser isótropa ésta sección eficaz diferencial?

**44** Si en la difusión de un potencial central, para  $p = 1$  MeV/ $c$ , solo una onda parcial es importante, y además ésta es resonante, calcular de que onda se trata si  $\sigma_{el} = 1.47 \cdot 10^4$  barn.

**45** Supóngase la difusión

$$\pi^0 + \pi^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$$

en el centro de masas y a baja energía, de modo que las ondas  $s$  y  $p$  sean importantes, y

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} [A + B \cos \theta + C \cos^2 \theta].$$

¿ Que se puede afirmar de los coeficientes  $B$  y  $C$ ?

**46** La difusión  $p-n$  a muy baja energía tiene lugar predominantemente en onda  $L = 0$ , y según el spin total del sistema se encuentra experimentalmente que las secciones eficaces en el estado triplete y singlete son  $\sigma_t = 3.64$  barn y  $\sigma_s = 70.7$  barn. Determinése la sección eficaz  $p-n$  a muy bajas energías, cuando el protón tiene un estado de spin  $|S_p\rangle = \exp(-i\alpha)|\uparrow\rangle + \exp(i\alpha)|\downarrow\rangle$  mientras que el neutrón tiene  $|S_n\rangle = |\uparrow\rangle$ .

**47** Consideremos un experimento de colisión elástica,

$$a + B \rightarrow a + B$$

donde  $a$  y  $B$  son partículas sin spin. Sea  $\sigma_{tot}$  la sección eficaz total. De esta magnitud se conocen los siguientes datos:

1. A  $\sigma_{tot}$  contribuye una resonancia que es observable en todos los ángulos, excepto a  $\theta = \pi/2$  para el cual la contribución de la resonancia se anula.
2. Además de la onda resonante también contribuye la onda  $S$  y ninguna más.
3. El momento  $p_R \equiv \hbar k_R$  para el cual se produce la resonancia y el valor  $\sigma_{tot}^R$  de  $\sigma_{tot}$  para la resonancia son:  $k_R = 2 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-1}$  y  $\sigma_{tot}^R = 1.1 \cdot 10^{-27} \text{cm}^2$ .

Se pide:

1. ¿Cuál es el momento angular  $L$  de la onda parcial resonante?
2. Calcula el valor del defasaje  $\delta_0$  en onda  $S$ .
3. Calcular el valor de la sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega$  en la resonancia para un ángulo de dispersión de  $\theta = \pi$ .

**48** Considérese la difusión elástica de una partícula de masa  $m$  y momento  $p$  por un potencial central esféricamente simétrico de la forma

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{si } r \geq a. \end{cases}$$

donde  $V_0$  y  $a$  son constantes positivas.

- Calcular el defasaje  $\delta_0$  correspondiente a la onda  $s$  en función de los parámetros  $V_0$  y  $a$ .
- Calcular la sección eficaz total a muy baja energía.